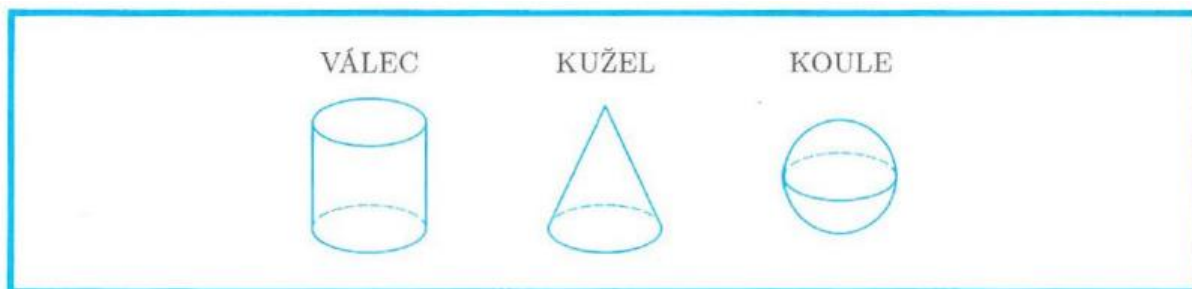
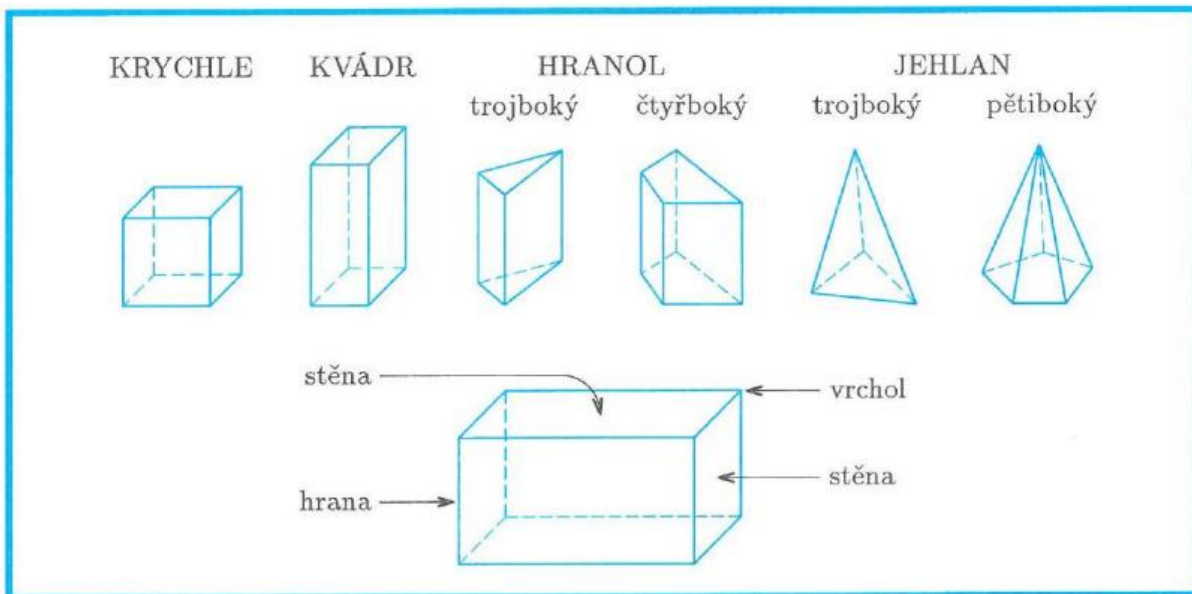


Hranol - kvádr, krychle

Tělesa, která již známe:



Hranoly

HRANOL je geometrické těleso, které má dvě shodné, rovnoběžné podstavy tvořené mnohoúhelníky.

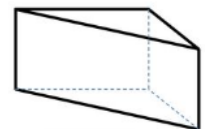
Boční stěny hranolu tvoří plášť hranolu. Výškou hranolu je vzdálenost obou podstav.

OBJEM hranolu vypočítáme jako součin obsahu podstavy (SP) a výšky hranolu (v).

Podle počtu hran podstavy kolmého hranolu rozeznáváme:

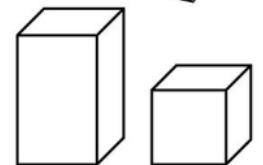
Trojboký hranol

podstava - trojúhelník



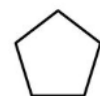
Čtyřboký hranol

podstava - čtyřúhelník



Pětiboký hranol

podstava - pětiúhelník



Šestiboký hranol

podstava - šestiúhelník

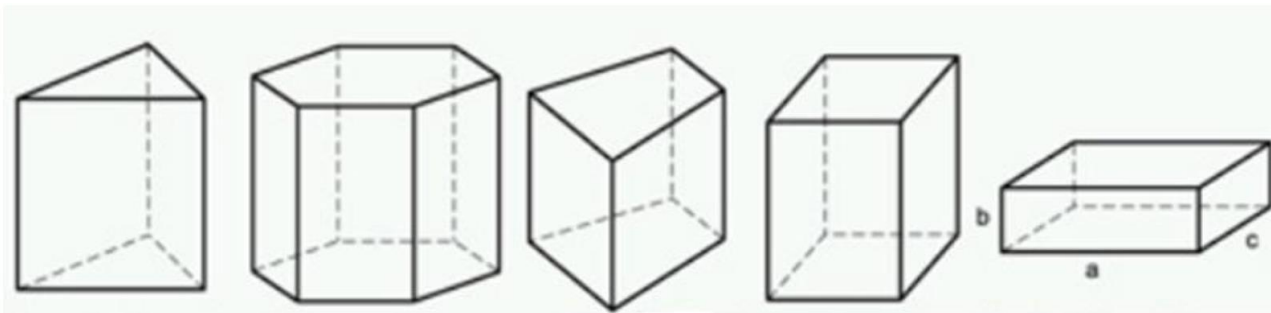
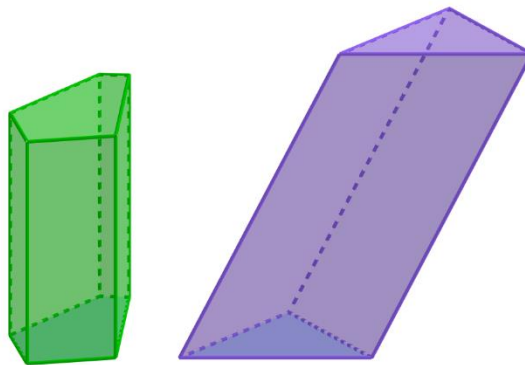


Rozdělení hranolů

Hranoly kolmé jsou takové hranoly, které mají boční hrany kolmé na podstavu.

Hranoly kosé jsou takové hranoly, jejichž boční hrany nejsou kolmé na podstavu.

Na základní škole se budeme zabývat pouze kolmými hranoly, a proto budeme používat jenom pojem **hranol**.



V 6.ročníku se soustředíme na dva speciální – kvádr a krychli.

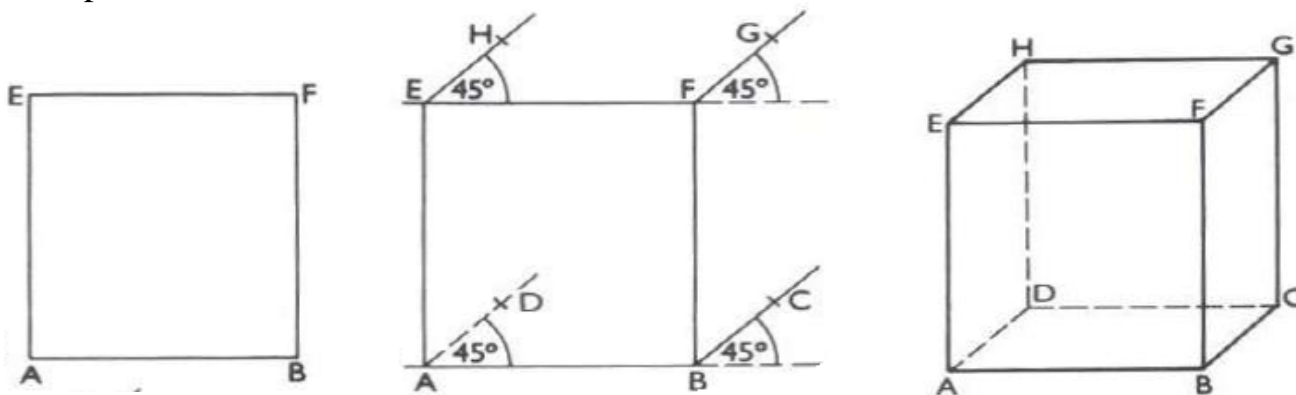
Zobrazení - rýsování

Tělesa můžeme v rovině zobrazit pomocí **volného rovnoběžného promítání**.

- Zásady:**
- 1) Plochy, které jsou rovnoběžné s naší rýsovací plochou zobrazujeme jako shodný obraz (tvar i velikost zachováváme).
 - 2) Plochy, které svírají s naší rýsovací rovinou pravý úhel, rýsujeme pod úhlem 45° .
 - 3) Úsečky, které leží v těchto kolmých rovinách, zobrazujeme v poloviční velikosti.

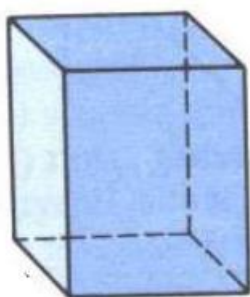
Příklad: Narýsujte krychli ABCDEFGH ve volném rovnoběžném promítání.

Postup:

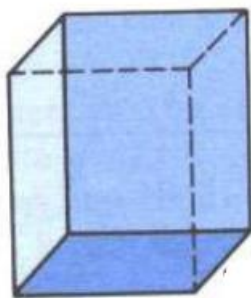


Výsledek popisujeme jako: **nahled zprava**.

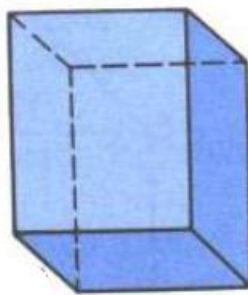
Jiné možnosti:



nadhledu zleva



podhledu zleva



podhledu zprava

Základní pojmy u hranolu (kvádru, krychle)

Plášť hranolu má tvar obdélníka s rozměry: obvod podstavy, výška hranolu.

Výška hranolu je vzdálenost dvou rovnoběžných shodných podstav.

Výšku můžeme značit písmenem v nebo libovolným písmenem, protože se jedná o další (třetí) rozměr tělesa.

U hranolu určujeme:

podstavy (KLMN; OPQR)

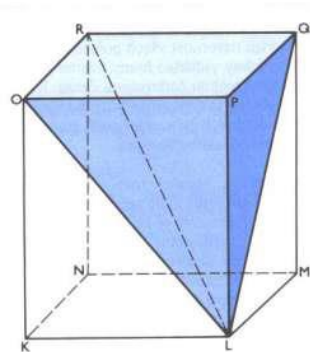
boční stěny (LMQP; KLPO; MQRN; KNRO)

podstavovou hranu (KL; LM; MN; NK; OP; QR; ...)

pobočnou hranu (KO; LP; MQ; NR)

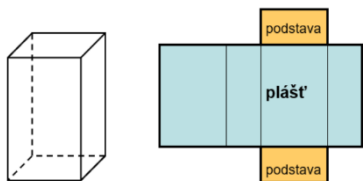
stěnovou úhlopříčku (LO; KP; QN; KM; LN; ...)

tělesovou úhlopříčku (RL; OM; PN; KQ).

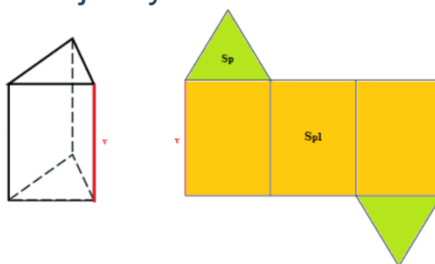


Sít tělesa je rovinné zakreslení, ze kterého jde poskládat plášť tělesa. Příklady sítí:

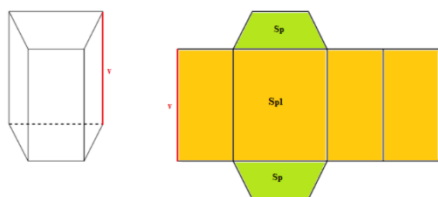
Kvádr:



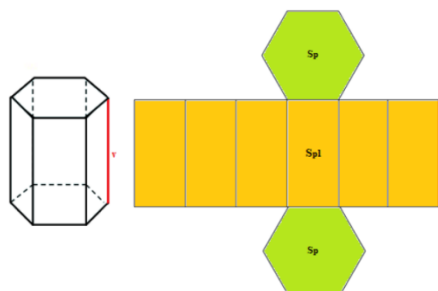
Trojboký hranol:



Čtyřboký hranol
s lichoběžníkovou
podstavou



Šestiboký hranol



Příklad: Zobraďte síť těchto hranolů:

- trojboký hranol, který má podstavu rovnostranný trojúhelník o hraně 3cm a výšku tělesa 5cm
- trojboký hranol, který má podstavu rovnoramenný trojúhelník o základě 3cm a velikosti ramene 4cm, výška tělesa je 5,5cm
- trojboký hranol, který má podstavu pravoúhlý trojúhelník o rozměrech 3cm, 4cm, 5 cm a výšku tělesa 6cm
- čtyřboký hranol, který má čtvercovou podstavu o hraně 6cm a výšku 3cm
- čtyřboký hranol, který má obdélníkovou podstavu o rozměrech 5cm, 6cm a výšku tělesa 7cm
- čtyřboký hranol, který má čtvercovou podstavu o hraně 6cm a výšku 6cm.

Výpočet objemu a povrchu hranolu (platí obecně):

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} \quad , \text{kde } S_p \text{ je obsah podstavy, } S_{pl} \text{ je obsah pláště}$$

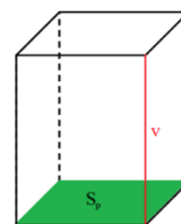
$$S_{pl} = O_p \cdot v \quad , \text{kde } O_p \text{ je obvod podstavy } v \text{ je výška hranolu}$$

$$V = S_p \cdot v \quad , \text{kde } v \text{ je výška hranolu}$$

Kvádr

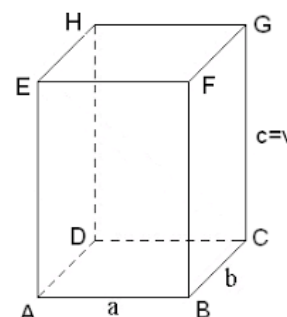
Kvádr je čtyřboký hranol, který má podstavy ve tvaru obdélníka nebo čtverce.

$$V = a \cdot b \cdot c \quad , \text{kde } a, b, c \text{ jsou velikosti hran kvádrů.}$$



$$S = 2 \cdot (ab + bc + ac) \quad \text{nebo také } S = 2ab + 2bc + 2ac$$

(ab = obsah podstavy; bc = obsah boční stěny; ac = obsah čelní strany)



Příklad: Vypočítej objem a povrch kvádrů, je-li $a=7\text{cm}$, $b=8,5\text{cm}$, $c=9\text{cm}$.

Řešení:

$$\begin{aligned} V &= a \cdot b \cdot c & S &= 2 \cdot (ab + bc + ac) \\ V &= 7 \cdot 8,5 \cdot 9 & S &= 2 \cdot (7 \cdot 8,5 + 8,5 \cdot 9 + 7 \cdot 9) \\ V &= 535,5 \text{ cm}^3 & S &= 2 \cdot (59,5 + 76,5 + 63) \\ & & S &= 2 \cdot 199 \\ & & S &= 398 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Příklad: Vypočtete povrch a objem kvádru, který má rozměry:

- a) $a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 9 \text{ cm}$
- b) $a = 12 \text{ cm}$, $b = 2,5 \text{ cm}$, $c = 0,9 \text{ cm}$
- c) $a = 71 \text{ mm}$, $b = 5,4 \text{ cm}$, $c = 0,47 \text{ dm}$.

Příklad: Vypočtete velikost zbývající hrany kvádru a jeho povrch :

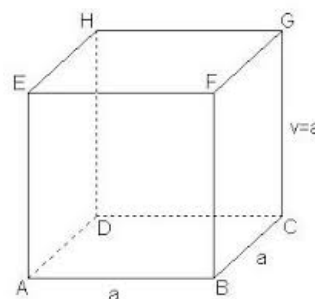
- a) $a = 7 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $V = 1050 \text{ cm}^3$
- b) $a = 2 \text{ dm}$, $c = 0,5 \text{ dm}$, $V = 1,2 \text{ dm}^3$
- c) $b = 15 \text{ cm}$, $c = 2,2 \text{ dm}$, $V = 19,8 \text{ dm}^3$
- d) $a = 4 \text{ cm}$, $b = 2,5 \text{ dm}$, $V = 620 \text{ cm}^3$
- e) $a = 100 \text{ mm}$, $b = 2,5 \text{ dm}$, $V = 6250 \text{ cm}^3$.

Krychle

Krychle je čtyřboký hranol, který má všechny hrany stejně dlouhé. Krychle je zvláštní případ pravidelného kvádru, který má výšku stejně velikou jako podstavou hranu.

$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$



Příklad: Vypočtete objem o povrch krychle, která má velikost hrany:

- a) $a = 4 \text{ cm}$
- b) $a = 3,1 \text{ cm}$
- c) $a = 0,43 \text{ dm}$

Příklad: Stěna krychle má povrch 3 cm^2 . Vypočtete povrch této krychle.

Příklad: Stěna krychle má povrch 16 cm^2 . Vypočtete objem této krychle.

Slovní úlohy

Příklad 1: Krychle má velikost hrany $5,2 \text{ cm}$. Kvádr má rozměry $2,8 \text{ cm}$, $6,7 \text{ cm}$ a $10,1 \text{ cm}$. Vypočítej o kolik mm^2 je větší povrch kvádru. Vypočítej o kolik mm^3 je větší objem kvádru.

Příklad 2: Kolik krychlí o hraně 1 metr se vejde do kvádru o rozměrech 12 m , 5 m , 3 m ?

Příklad 3: Co bude dražší? Natření krychle o hraně 5 metrů nebo kvádru o rozměrech 2 m , 5 m , 7 m ?

Příklad 4: Máme ocelovou krychli o hraně 2 cm a kvádr o hranách 3 cm , 4 cm a 1 cm . Které těleso bude těžší?

Příklad 5: Jaký má objem šest betonových sloupů, kde podstavou je čtverec o hraně 45 cm a výšce sloupu $4,6 \text{ m}$?